**ӘОЖ 372.851**
**МРНТИ 27.01.45**
**DOI 56525/EMSW8263**

# СЫЗЫҚТЫҚ АЛГЕБРА ЭЛЕМЕНТТЕРІ НЕГІЗІНДЕ ЭКОНОМИКАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ МОДЕЛЬДЕУ

***Г.Р. Кощанова, І.Ә. Қуатбай**
Есенов университеті Ақтау қаласы, Қазақстан
e-mail: gulash.koshchanova@yu.edu.kz, ikuatbai@bk.ru
*Корреспондент авторы: gulash.koshchanova@yu.edu.kz

**Аңдатпа.** Бұл жұмыста экономикалық процестерді талдауда математикалық модельдердің рөлі мен оларды қолданудың маңызы жан-жақты қарастырылған. Қазіргі экономикалық теорияда математикалық тәсілдер микро және макродеңгейлердегі құбылыстарды формальды сипаттауға, айнымалылар арасындағы байланыстарды анықтауға және оларды сандық түрде бағалауға мүмкіндік береді. Математикалық модельдеу экономикалық болжамдардың дәлдігін арттырып, ресурстарды тиімді бөлуге жағдай жасайды.

Матрицаларды экономикада пайдалану, әсіресе оптималды жоспарлау міндеттерін шешуде, маңызды орын алады. Технологиялық матрица арқылы кәсіпорындағы әр өнім түрін өндіруге қажетті ресурстар шығынын сипаттауға болады. Өндіріс жоспары матрица-векторлық түрде көрсетіліп, $AX \leq B$ түріндегі теңсіздік ресурстар қорының шектеулі екенін бейнелейді. Сонымен қатар, пайда функциясын анықтау және рұқсат етілген жоспарлар жиынтығында оның максимумын табу — оптималды жоспарлаудың негізгі мақсаты болып саналады.

Мақалада өндірістік жоспардың рұқсат етілгендігін матрицалық-векторлық теңсіздік арқылы анықтау жолдары, пайда функциясын максимизациялау негізіндегі оптималды жоспарлау міндеті, сондай-ақ экономикада кездесетін қолданбалы есептердің сызықтық теңдеулер жүйесіне келтірілуі егжей-тегжейлі сипатталады. Кесу, материалдарды бөлу, цех қуаттарын тиімді пайдалану секілді практикалық жағдайлар талданып, оларды шешудің математикалық әдістері, оның ішінде Крамер тәсілі көрсетіледі.

Жұмыста практикалық мысалдар, соның ішінде трансформаторлар өндірісі және материалды әртүрлі тәсілдермен кесу есептері қарастырылады. Бұл есептерді шешу барысында сызықтық теңдеулер жүйелері, Крамер әдісі, сондай-ақ сызықтық теңсіздіктер жүйелері пайдаланылады. Өндірістік қуат, ресурстар қоры және өнім түрлері арасындағы шектеулер математикалық түрде көрсетіліп, олардың экономикалық мазмұны түсіндіріледі.

Жалпы алғанда, экономикалық есептерді математикалық модельдер арқылы шешу тиімді шешім қабылдауға, өндіріс ресурстарын ұтымды жоспарлауға және дәл болжамдар жасауға мүмкіндік беретіні көрсетілген.

**Түйін сөздер:** экономикалық модельдеу, матрицалық әдістер, оптималды жоспарлау, ресурстарды бөлу, өндіріс жоспары, технологиялық матрица, сызықтық теңсіздіктер, пайда функциясы, рұқсат етілген жоспарлар жиынтығы, сызықтық бағдарламалау, өндірістік ресурстар, математикалық экономика, трансформаторлар өндірісі, Крамер әдісі, экономикалық талдау.

## Кіріспе.

Қазіргі экономикалық теория микро және макродеңгейлерде табиғи және қажетті элемент ретінде математикалық модельдер мен әдістерді қамтиды.

Экономикада математиканы қолдану, біріншіден, экономикалық айнымалылар мен объектілердің ең маңызды байланыстарын бөліп көрсетуге және ресми түрде сипаттауға мүмкіндік береді.

Екіншіден, нақты тұжырымдалған бастапқы деректер мен қатынастардан дедукция әдістері арқылы (яғни жалпыдан жекеге қарай өту) зерттелетін объекті туралы жасалған болжамдарға толық сәйкес келетін қорытындылар алуға болады.

Үшіншіден артықшылығы — индуктивтік жолмен (яғни жеке жағдайдан жалпыға өту) нысан туралы жаңа білім алуға мүмкіндік беруінде: оның айнымалылары арасындағы тәуелділіктердің пішіні мен параметрлерін бағалай отырып, қолдағы бақылауларға ең жақсы сәйкес келетіндерді анықтау. Төртіншіден, математика тілі экономикалық теорияның ұстанымдарын дәл және ықшам түрде баяндауға, оның ұғымдары мен қорытындыларын тұжырымдауға мүмкіндік береді.

Экономикалық модельдер экономикалық нысанның қызмет ету ерекшеліктерін анықтауға және осы негізде қандай да бір параметрлер өзгергендегі нысанның болашақ мінез-құлқын болжауға мүмкіндік береді.

Болашақтағы өзгерістерді алдын ала болжау — мысалы, валюта бағамының өсуі, экономикалық жағдайдың нашарлауы немесе пайданың азаюы — кейде тек интуицияға ғана негізделуі мүмкін.

Алайда осыған қарамастан талқыланып отырған жағдайға әсер ететін экономикалық көрсеткіштердің маңызды өзара байланыстары жіберіліп қалуы, дұрыс анықталмауы немесе бұрыс бағалануы мүмкін. Модельде айнымалылардың барлық өзара байланыстарын сандық түрде бағалауға болады, бұл нақтырақ және сенімдірек болжам алуға мүмкіндік береді.

Кез келген экономикалық субъект үшін жағдайды алдын ала болжау — тиімді шешім қабылдаудың негізгі шарты. Ол жақсы нәтижелерге қол жеткізуге, ықтимал шығындардың алдын алуға және мемлекеттік саясатта да рационалды қадамдар жасауға мүмкіндік береді.

**Экономикалық есептерді математикалық шешу сызбасы:**

Экономикалық мәселе – берілген экономикалық процестің белгілі бір экономикалық моделі;

Математикалық қойылым – осы экономикалық модельге сәйкес келетін кейбір математикалық модель қойылады, яғни берілген экономикалық модель математикалық мәселе түрінде интерпретацияланады;

Шешу әдісі – математикалық мәселені талдау негізінде шешім әдісін таңдау;

Шешу үрдісі – таңдалған шешім әдісін дәл және ретті қолдану;

Нәтижені экономикалық түзету – математикалық мәселені шешу нәтижесінде алынған сандық нәтижені экономикалық тұрғыдан түсіндіру.

**Матрицаны экономикада қолдану. Оптималды жоспарлау.**

Матрицалар ғылымның барлық салаларында, соның ішінде экономикалық ғылымда да кеңінен қолданылады. Матрицаларды қолдануда көптеген белгілер өте ықшам, сонымен бірге жазбаның көрнекілігі мен мағыналылығы сақталады.

Осылайша аталатын технологиялық матрицаны қарастырайық. Бір кәсіпорын $m$ түрдегі ресурстардан $n$ түрдегі өнім өндіреді деп алайық. Бір $j$ өнімнің бір бірлігін өндіруге $i$ түрдегі ресурстың $a_{ij}$ жұмсалады, яғни $a_{ij}$ - $j$ - ші өнімді өндіруге $i$ - шіресурс шығынының нормасы.

$A=\left(a_{ij}\right)$ өлшемі $m\times n$ болатын және шығын нормаларынан құралған матрица шығын нормаларының матрицасы деп аталады. Ал оны технологиялық матрица деп атаудың себебі мынада. Осы матрицаның кез келген, мысалы $j$-ші, бағанын қарастырайық. Бұл баған $j$-ші өнімнің 1 бірлігін өндіруге қажетті ресурстар шығынын толық сипаттайды. Абстрактілі түрде айтқанда, 1 бірлік $j$-өнімді алу үшін 1-ресурстың $a_{1j}$ бірлігін, 2-ресурстың $a_{2j}$ бірлігін және т.б. «араластыру» қажет. Мұндай «араластыруды» ресурстарды өңдеу технологиясы деп атауға болады. Осылайша, А матрицасының $j$ -ші бағаны ресурстарды өңдеудің $j$ -ші технологиясын сипаттайды. Кәсіпорында барлығы n технология бар.

Төменде матрицаның нормалық шығындар жолдарының мағыналық мәніне тоқталайық.

$i$ – ші жолдың элементтері әрбір өнімнің бір бөлігін өндіруге $i$ – ші ресурс жұмсалатын шығындарды сипаттайды.

Келесі өндіріс жоспарын қарастырайық: бірінші өнімнің $x_1$ бірлігін, екінші өнімінің $x_2$ бірлігін және жалпы алғанда $j$-өнімнің $x_j$ бірлігін өндіру.

Мұндай жоспарды $n\times 1$ өлшеміндегі $X$ вектор-бағаны түрінде көрсетуге болады:

$$X=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{pmatrix}$$

$x_j$ элементі - кәсіпорын өндіруді жоспарлап отырған $j$- өнімнің бірлік саны. Мұндай жоспарды жүзеге асыру үшін $\sum_{j=1}^{n} a_{1j}x_j$ 1-ресурстың бірлігі, $\sum_{j=1}^{n} a_{2j}x_j$ бірлігі және жалпы алғанда $i$ -ресурстың $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j$ бірлігі қажет болады. Бұндай ресурстар мөлшері – шығын нормалары матрицасы $A$ - ны өндіріс жоспарының $X$ вектор-бағанына көбейткен кезде алынатын, өлшемі $m\times 1$ болатын $A\cdot X$ вектор-бағанының компоненттері екені белгілі болады.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 + & a_{12}x_2 + & \dots + & a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + & a_{22}x_2 + & \dots + & a_{2n}x_n \\ \dots + & \dots + & \dots + & \dots \\ a_{m1}x_1 + & a_{m2}x_2 + & \dots + & a_{mn}x_n \end{pmatrix}$$

$b_i$ -ші ресурстың қоймада сақталған бірлік мөлшері болсын. Бұл ресурстар қорының шамаларын $B$ өлшемі бар $m\times 1$: вектор-баған түрінде жазайық

$$B=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Онда матрицалық-векторлық теңсіздік $AX \le B$:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \dots + a_{1n}x_{1n} \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \le b_2 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \le b_m \end{cases}$$

ресурстар қорларының шектеулі екенін өндіріс жоспарларын қарастырғанда ескеру қажеттігін білдіреді. Егер бұл теңсіздік орындалса, онда *X* жоспары үшін бар ресурстар *B* жеткілікті және мұндай жоспар нақты, яғни рұқсат етілген болып табылады.

$j$ - өнімнің 1 бірлігін сату арқылы алынатын пайда мөлшері ретінде $c_j$ шамасын енгізейік. Барлық осы бірлік пайда мөлшерлерін $C=(c_1,\ c_2,...,\ c_n)$ қатар-вектор түрінде жазамыз. Сол кезде $C \cdot X$ көбейтіндісі (бірдей өлшемді векторлардың скалярлық көбейтіндісі немесе $1\times n$ өлшемді $C$ матрицасын $n\times 1$ өлшемді $X$ матрицасына көбейту) өндірілген өнімнің $X$ бірлігін сату арқылы алынатын пайданы көрсетеді.

Бұл пайданы белгілейік:

$$P(X) = C \cdot X = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_{n.}.$$

Келесі оптималды жоспарлау мәселесін қарастырайық: барлық рұқсат етілген жоспарлардың ішінен ең үлкен пайданы беретін, яғни ең тиімді өндіріс жоспарын табу қажет.

Бұл мәселе экономикалық теориядағы ең маңызды мәселелердің бірі болып саналады және матрицалық-векторлық түрде былай жазылады. Мұндағы $X>0$ шектеулері тривиалды деп аталады, себебі олар өзінен-өзі түсінікті — өнімнің саны теріс бола алмайды.

$$P(X) = C \cdot X \to \max,$$

$$AX \le B,$$

$$X \ge \bar{0}.$$

$AX \le B,\ X \ge \bar{0}$ шарттарын қанағаттандыратын барлық $X$ жоспарларының жиынтығын $\Omega$ арқылы белгілеп, оны рұқсат етілген жиынтық (рұқсат етілген жоспарлар жиынтығы) деп атайық. Сол кезде оптималды жоспарлау мәселесін былай тұжырымдауға болады: рұқсат етілген жоспарлар жиынтығы $\Omega$ ішінде $P(X)$ пайда функциясының максимумын табу.

$$P(X) = C \cdot X \to \max,$$
$$X \in \Omega$$

Ескерту: сызықтық бағдарламалау тұрғысынан $P(X)$ пайда функциясы мақсатты функция деп аталады.

*Мысал:* Өндіріс цехы екі түрдегі трансформатор шығарады. Бірінші түрдегі трансформатор үшін 5 кг темір және 3 кг сым қажет, ал екінші түрі үшін 3 кг темір және 2 кг сым қажет. Бір трансформаторды сату арқылы цех тиісінше 6 және 5 рубль пайда алады. Цехта 4,8 т темір және 3 т сым бар.

Цех қанша өнім түрін шығарады? Қанша ресурс түрі қолданылады? Шығын нормаларының матрицасын, бірлік пайда және ресурстар қорының векторларын құрыңыз. Бірнеше өндіріс жоспарын қарастырып, олардың рұқсат етілген $\begin{pmatrix}500\\600\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}600\\600\end{pmatrix}$ жоспарларға жататынын анықтаңыз.

Өнім түрлері – 2 (бірінші түрдегі трансформаторлар және екінші түрдегі трансформаторлар), ресурстар түрлері – 2 (темір және сым).

Қалыпты шығындар матрицасы $A=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$. Бірлік пайда векторы $C=(6 \quad 5)$. Ресурстар қорларының векторы $B=\begin{pmatrix}4800\\ 3000\end{pmatrix}$. Өндіріс жоспары $X=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$, рұқсат етілгенін анықтау үшін ресурстарды осы жоспарға жұмсауды тікелей есептеп, алынған көрсеткіштерді бар қорлармен салыстыру қажет немесе матрица-вектор теңсіздігі $AX \le B$ орындалуын тексеру керек. Соңында екі жоспардың да рұқсат етілгені анықталды.

**Сызықтық теңдеулер жүйесіне келтірілетін экономикалық есептер**

*Мысал.* Белгілі бір материалдан 360 дана А түріндегі, 300 дана Б түріндегі және 675 дана В түріндегі бұйым дайындау қажет. Бұл үшін материалды үш түрлі тәсілмен кесуге болады. Бірінші қию тәсілімен әрбір табақшадан 3 дана А, 1 дана Б және 4 дана В түріндегі; екінші қию тәсілімен әрбір табақшадан 2 дана А, 6 дана Б және 1 дана В түріндегі; үшінші қию тәсілімен әрбір табақшадан 1 дана А, 2 дана Б және 5 дана В түріндегі дайын бұйым алынады.

Тапсырманың орындалу шарттарын математикалық түрде жазсақ:

Бірінші, екінші және үшінші тәсілдер бойынша кесілген материал парақтарының саны сәйкесінше $x_1$, $x_2$, $x_3$ деп белгілейік.

Белгілі бір тәсілмен қанша табақша орнатылғанын белгілейік:

$x_1 -$ бірінші тәсілмен кесілетін табақша саны;

$x_2 -$ екінші тәсілмен кесілетін табақша саны;

$x_3 -$ үшінші тәсілмен кесілетін табақша саны.

Әр табақшадан дайын бұйымдар саны:

Бірінші тәсіл: 3 дана А, 1 дана Б және 4 дана В

Екінші тәсіл: 2 дана А, 6 дана Б және 1 дана В

Үшінші тәсіл: 1 дана А, 2 дана Б және 5 дана В

Сонда $A$ түрі үшін бірінші тәсіл бойынша $3x_1$, екінші тәсіл бойынша $2x_2$, үшінші тәсіл бойынша $1x_1$

$$3x_1+2x_2+x_3=360$$

Дәл осылай $B$ және $Б$ түрі үшін мына теңдіктерді аламыз:

$$x_1+6x_2+2x_3=300$$

$$4x_1+1x_2+5x_3=750$$

Олай болса келесі теңдеулер жүйесін шешеміз:

$$\begin{cases}3x_1+2x_2+\ x_3=360\\ \ x_1+6x_2+2x_3=300\\ 4x_1+\ x_2+5x_3=675\\ x_1,\ x_2,\ x_3\ge 0,\quad x_1,\ x_2,\ x_3\in Z\end{cases}$$

Алынған теңдеулер жүйесін Крамер әдісімен шешеміз:

Жүйенің анықтауышын есептейміз:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 67 \neq 0$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 360 & 2 & 1 \\ 300 & 6 & 2 \\ 675 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 6030, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 360 & 1 \\ 1 & 300 & 2 \\ 4 & 675 & 5 \end{vmatrix} = 1005, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 360 \\ 1 & 6 & 300 \\ 4 & 1 & 675 \end{vmatrix} = 4020$$

$$x_1 = \frac{6030}{67} = 90, \quad x_2 = \frac{1005}{67} = 15, \quad x_2 = \frac{4020}{67} = 60$$

Осылайша, дайындамалар бойынша тапсырманы орындау кезінде бірінші кесу әдісінде 90 парақ материал, екінші кесу әдісінде 15 парақ материал және үшінші кесу әдісінде 60 парақ материал қолданылады.

**Сызықтық теңсіздіктер жүйелеріне келтірілетін экономикалық есептер**

$>$ немесе $<$, $\geq$ немесе $\leq$ белгісімен байланысқан екі сан немесе екі алгебралық өрнек теңсіздікті құрайды.

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ айнымалыларына қатысты сызықтық теңсіздікті келесідей жазуға болады

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n \leq b$$

Теңсіздікті тура теңсіздікке келтіретін $x_1, x_2, \ldots, x_n$ айнымалылары теңсіздіктің мәндері деп аталады.

n айнымалысы бар m сызықтық теңсіздіктерден тұратын жүйе:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{m}x_n \leq b_m \end{cases}$$

Жүйедегі әрбір теңсіздікті тура теңсіздікке келтіретін $x_1, x_2, \ldots, x_n$ айнымалылары теңсіздіктер жүйесінің шешімдері деп аталады.

*Мысал.* Механикалық цех бір ауысымда 600 А немесе 1200 В бөлшектерін немесе олардың кез-келген комбинациясын жасай алады. Бұл бөлшектер қатайтылатын жылу цехының өндірістік қуаты ауысымда 1400 А немесе 800 в бөлшектерін немесе олардың кез-келген рұқсат етілген комбинациясын өңдеуге мүмкіндік береді. А бөлшектері үшінші цехқа түседі, оның өткізу қабілеті 400-ден аспайды. А және В бөлшектерін шығару жоспарын құру кезінде ескеру қажет шарттарды математикалық түрде жазыңыз.

Сәйкесінше $x_1$ және $x_2$ арқылы бір ауысымда шығаруға жоспарланған А және В бөлшектерінің санын белгілейік. Қуаты бір бірлікке қабылданатын механикалық цехтың мүмкіндіктерін талдай отырып, осы және басқа бөлшектерді бір уақытта шығару кезінде осы түрдегі бөлшектер санының оны шығарумен айналысатын цехтың өндірістік қуатының үлесіне пропорционалдылық шарты орындалуы керек екенін ескеру қажет.

Сонымен, А-ның бір бөлігін жасау цехтың барлық қуатының 1/600 бөлігін, ал В – ның бір бөлігі барлық қуаттың 1/1200 бөлігін құрайды. Жоспарды іске асыру үшін ( $x_1, x_2$ ) цехтың барлық қуатының $1/600x_1 + 1/1200x_2$ -ні алу қажет болады, бұл, әрине, цехтың бірлік ретінде қабылданған барлық өндірістік қуатынан аспауы керек.

Бұл шертты мына түрде жазамыз:

$$1/1400x_1 + 1/800x_2 \le 1$$

Үшінші цехтың өткізу қабілеттілігі бойынша $x_1 \le 400$ шектеулер түрінде жазылады.

$x_1, x_2$ теріс емес сандармен өрнектелетіні анық.

Осылайша, рұқсат етілген жоспарлар жиынтығы келесі сызықтық теңсіздіктер жүйесімен сипатталады:

$$\begin{cases} 1/600x_1 + 1/1200x_2 \le 1 \\ 1/1400x_1 + 1/800x_2 \le 1 \\ x_1 \le 400 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Басқаша айтқанда, бұл өндірісте А және В бөлшектерін шығарудың кез-келген нақты (соның ішінде оңтайлы) жоспарын жасау кезінде ескеру қажет шарттар болып табылады.

***Қорытынды***. Экономикалық процестерді талдауда сызықтық алгебраның, әсіресе матрицалар мен сызықтық теңдеулер жүйесінің маңызы айрықша. Микро және макродеңгейдегі экономикалық құбылыстар күрделі өзара байланыстардан тұрады, және оларды модельдеу үшін математикалық тәсілдердің қолданылуы объективті, дәл және негізді шешімдер қабылдауға мүмкіндік береді. Математиканы экономикада қолдану экономикалық айнымалылардың өзара тәуелділіктерін нақты көрсетуге, бастапқы деректерден логикалық қорытынды жасауға және бақылаулар арқылы алынған ақпаратты тиімді пайдалануға жағдай жасайды.

Матрицалық әдістер әсіресе өндірістік процестерді жоспарлау мен ресурстарды ұтымды бөлу мәселелерінде кеңінен қолданылады. Технологиялық матрицалар ресурстар шығынының құрылымын айқын көрсетіп, өндіріс жоспарын математикалық модель түрінде сипаттауға көмектеседі. Ресурстар қорының шектеулі болуын матрицалық-векторлық теңсіздік арқылы көрсету өндірістің рұқсат етілген жоспарларын анықтауға мүмкіндік береді. Сонымен қатар пайда функциясын максимизациялау арқылы оптималды жоспарлау мәселесі қағидатты түрде сызықтық бағдарламалау міндетіне айналады. Бұл тәсіл кәсіпорынды аса тиімді жұмыс режиміне келтіруде шешуші рөл атқарады.

Пайда функциясы кәсіпорынның экономикалық мақсаттарын көрсетеді және оны максимизациялау — оптималды жоспарлаудың негізгі мақсаты. Сызықтық бағдарламалау әдістерін қолдана отырып, рұқсат етілген жоспарлар жиынтығында ең үлкен пайда беретін жоспарды табуға болады. Трансформаторлар өндірісі мысалында көрсетілгендей, математикалық модельдер нақты өндірістік жағдайларды тиімді талдауға және дұрыс шешім қабылдауға көмектеседі. Осылайша, матрицалық модельдер кәсіпорын қызметін жоспарлауда маңызды аналитикалық құрал болып табылады.

Сызықтық теңдеулер мен теңсіздіктер жүйесіне келтірілетін экономикалық есептер нақты өндірістік жағдайларды модельдеуге мүмкіндік береді. Бұйымдарды кесу, өндірістік қуаттарды бөлу, материалдарды тиімді пайдалану, цехтардың өткізу қабілетін сақтау сияқты көптеген практикалық міндеттер сызықтық модельдер арқылы шешіледі. Мұндай есептерді Крамер әдісі немесе басқа аналитикалық әдістермен шешу ресурстарды үнемді пайдалану мен өндірістің тиімділігін арттыруға бағытталған нақты ұсыныстар береді.

## ӘДЕБИЕТТЕР


1. Әбілқасымова А. Е., Дүйсенбай А. А. Жоғары математика: оқулық. – Алматы: Қазақ университеті, 2019.
2. Ерғалиев А. Қ. Экономикалық-математикалық әдістер мен модельдер. – Алматы: Экономика, 2017.
3. Бекмолдаев М. Қ. Сызықтық алгебра және аналитикалық геометрия. – Нұр-Сұлтан: Фолиант, 2020.
4. Смағұлов Е. Б., Мырзакаримова Г. А. Экономикалық талдау әдістері: математикалық негіздер. – Алматы: Бастау, 2021.
5. Aleskerov F., Ersel H., Piontkovski D. Linear Algebra for Economists. – Springer, 2011.
6. Жүнісов Б. А., Досқараев А. А. Экономикалық кибернетика және модельдеу. – Алматы: Санат, 2015. Чжан В. Математические методы в экономике: оптимизация, модели, прогнозирование. — СПб.: Питер, 2019. — 448 с.
7. Таха Х. А. Введение в исследование операций. — М.: Вильямс, 2011. — 912 с.
8. Оспанов Б. А. Экономикалық-математикалық әдістер және модельдер. — Алматы: Қазақ университеті, 2016. — 312 б.
9. Aleskerov F., Ersel H., Piontkovski D. Linear Algebra for Economists. – Berlin: Springer, 2011.


# МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ ЭЛЕМЕНТОВ ЛЕНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ


**[*]Кощанова Г. Р., Куатбай И. А.**

Университет Есенова, г. Актау, Казахстан

e-mail: gulash.koshchanova@yu.edu.kz, ikuatbai@bk.ru



**Аннотация:** В данной работе подробно рассмотрена роль и значение математических моделей в анализе экономических процессов. Современная экономическая теория опирается на математические методы, позволяющие формально описывать микро- и макроэкономические явления, выявлять взаимосвязи между переменными и давать им количественную оценку. Математическое моделирование повышает точность экономических прогнозов и способствует рациональному распределению ресурсов.

Использование матриц в экономике, особенно при решении задач оптимального планирования, играет важную роль. Технологическая матрица описывает объёмы ресурсов, необходимых для производства каждой единицы продукции. Производственный план представляется в матрично-векторной форме, а неравенство $AX \le B$ отражает ограниченность имеющихся ресурсов. Определение целевой функции прибыли и её максимизация на множестве допустимых планов является основной целью оптимального планирования.

Работа содержит подробное описание проверки допустимости производственного плана, решения систем линейных уравнений, применения метода Крамера и преобразования практических экономических задач в математические модели. На примерах — производстве трансформаторов и задачах раскроя материалов — показано, как математические методы помогают находить оптимальные решения. В целом доказано, что математическое моделирование значительно повышает эффективность принятия экономических решений, способствует рациональному планированию ресурсов и улучшает точность прогнозов.

**Ключевые слова:** экономическое моделирование, матричные методы, технологическая матрица, план производства, ограниченность ресурсов, линейное программирование, целевая функция прибыли, оптимальное планирование, система линейных уравнений, метод Крамера, производственные ресурсы, оптимальное принятие решений.

## MODELING ECONOMIC PROBLEMS BASED ON ELEMENTS OF LINEAR ALGEBRA

***Kochshanova Gulash**, **Kuatbai Inkar**
Yessenov university, Aktau, Kazakhstan
e-mail: gulash.koshchanova@yu.edu.kz, ikuatbai@bk.ru

**Abstract:** This work provides a comprehensive examination of the role and importance of mathematical models in analyzing economic processes. Modern economic theory relies on mathematical methods that allow formal description of micro- and macroeconomic phenomena, identification of relationships between variables, and quantitative evaluation of these relationships. Mathematical modeling increases the accuracy of economic forecasts and supports efficient allocation of resources.

The use of matrices in economics, especially in solving optimal planning problems, plays a crucial role. The technological matrix describes the amount of resources required to produce each type of product. The production plan is represented in matrix–vector form, and the inequality $AX \leq B$ reflects the limitation of available resources. Determining the profit function and maximizing it over the set of feasible plans is the main goal of optimal planning.

The work provides detailed explanations of checking the feasibility of production plans, solving systems of linear equations, applying Cramer's rule, and transforming practical economic problems into mathematical models. Practical examples — such as transformer production and material cutting — demonstrate effective methods of solving economic problems mathematically. Overall, the study shows that mathematical modeling enables efficient decision-making, rational resource planning, and accurate economic forecasting.

**Key words:** economic modeling, matrix methods, technological matrix, production planning, resource constraints, linear programming, profit objective function, optimal planning, system of linear equations, Cramer's rule, production resources, decision optimization.