

ӘОЖ: 372.851

МРНТИ 27.01.45

DOI 10.56525/UPOD2907

## ГЕОМЕТРИЯДАН ОЛИМПИАДАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУДЕ ТЕОРЕМАЛАРДЫ ҚОЛДАНУЫ

\*Г.Р. Кошанова, Н.М.Ғазизқызы

Есенов университеті Ақтау қаласы, Қазақстан

e-mail: gulash.koshchanova@yu.edu.kz, madina262019@gmail.com

\*Корреспондент авторы: gulash.koshchanova@yu.edu.kz

**Аңдатпа.** Бұл жұмыста қазіргі білім беру жағдайында оқушылардың аналитикалық ойлауын, шығармашылығын және теориялық білімді практикада қолдану дағдыларын дамытуға бағытталған геометриядан олимпиада есептерін шешуге дайындау әдістемесі қарастырылады. Зерттеу жұмысының негізгі мақсаты – геометрия бойынша олимпиадаға дайындалатын білімалушылардың дайындық деңгейін арттыруға ықпал ететін тиімді оқыту әдістері мен оқу ресурстарын талдау. Жұмыста геометрияны оқытудың практикалық бағытының маңыздылығы, жүйелі жаттығу мен олимпиадалық есептерді тұрақты шешудің оқушылардың логикалық ойлауын, табандылығын және уақытты тиімді пайдалану қабілетін дамытудағы рөлі көрсетіледі. Сонымен қатар стандартты геометриялық (синтетикалық) әдіс және стандартты есептеу техникасы (bashing) сияқты тәсілдерді қолдану ерекшеліктері сипатталады. Зерттеу барысында әртүрлі әдістер мен оқу материалдарын пайдалану арқылы оқушылардың күрделі олимпиадалық есептерді шешу дағдыларын қалыптастыру мүмкіндігі дәлелденеді. Нәтижесінде ұсынылған әдістемелік тәсілдер оқушылардың математикалық жарыстардағы жетістіктерін арттыруға және олардың болашақ оқу-кәсіби қызметіне қажетті маңызды дағдыларды дамытуға ықпал ететіні анықталды.

**Түйін сөздер:** геометрия, математикалық олимпиада, олимпиадалық есептер, оқыту әдістемесі, аналитикалық ойлау, логикалық ойлау, синтетикалық әдіс, есептеу техникасы, математикалық дайындық, практикалық дағдылар, оқыту ресурстары, шеңбер, үшбұрыштар, жеңберге жүргізілген жанамалар, трапеция, теоремалар, трапецияға іштей сызылған шеңбер.

### Кіріспе

Қазіргі білім беру жүйесінде білімалушылардың тек теориялық білімін қалыптастыру жеткіліксіз, сонымен қатар олардың аналитикалық ойлауын, логикалық пайымдауын және білімді практикалық жағдайда қолдану дағдыларын дамыту ерекше маңызға ие. Осы тұрғыдан алғанда, геометрия пәні оқушылардың математикалық мәдениетін қалыптастыруда маңызды орын алады. Геометрия тек кеңістік туралы білім беріп қана қоймай, сонымен қатар дәлелдеу, талдау, салыстыру және қорытынды жасау сияқты күрделі ойлау әрекеттерін дамытатын ғылым саласы болып табылады.

Геометрия бойынша олимпиадалық тапсырмаларды шешу дағдыларын дамыту қазіргі уақытта білім беру саласындағы өзекті мәселелердің бірі болып саналады. Себебі олимпиадалық есептер дәстүрлі оқу бағдарламасындағы стандартты тапсырмалардан күрделілігімен, көпқырлылығымен және шығармашылық тәсілді талап етуімен ерекшеленеді. Мұндай есептерді шешу барысында оқушылар тек дайын алгоритмдерді қолданумен шектелмей, мәселені жан-жақты талдауға, жаңа тәсілдер іздеуге және логикалық негізделген шешімдер қабылдауға үйренеді.

Геометрия олимпиадаларына қатысу оқушылардың математикалық қабілеттерін дамытуға ғана емес, олардың танымдық белсенділігін арттыруға, пәнге деген қызығушылығын күшейтуге және ғылыми ізденіске бейімдеуіне мүмкіндік береді. Сонымен қатар олимпиадалық дайындық оқушылардың өзін-өзі ұйымдастыру, табандылық, мақсатқа

ұмтылу және өз қабілеттеріне деген сенімділік сияқты тұлғалық қасиеттерін қалыптастыруда маңызды рөл атқарады.

Осыған байланысты геометрия бойынша олимпиадалық тапсырмаларды шешу дағдыларын жүйелі түрде дамыту, тиімді әдістемелік тәсілдерді анықтау және оларды оқу үдерісінде қолдану қазіргі педагогика ғылымы мен білім беру тәжірибесі үшін маңызды бағыттардың бірі болып табылады.

### Зерттеу материалдары мен әдістері

Төменде ұсынылған олимпиада тапсырмаларын теориялық бөлімде көрсеткен теоремалардың көмегімен мүмкін әртүрлі геометриялық есептерді шешуде қолдану мүмкіндігін көрсетілді. Бұл теоремаларды есептерді талдауда қолдану білімді тереңдетуге ғана емес, сонымен қатар шешімдерді табудың тиімділігін арттыруға мүмкіндік береді [1].

**1-есеп.** Дұрыс  $\triangle ABC$  үшбұрышының ішінде  $M$  нүктесі орналасқан.  $AC$  мен  $BM$  түзулері  $K$  нүктесінде қиылыссын. Егер  $\angle AMB = 30^\circ$  және  $\triangle MKC$  мен  $\triangle MCB$  үшбұрыштары ұқсас екені белгілі болса,  $\angle MAB$  және  $\angle MCB$  бұрыштарын табыңыз.

**Шешімі:**  $\angle MBC = \alpha$  деп белгілейік (1-сурет). Центрі  $C$  және радиусы  $AC$  болатын шеңбер салайық.  $B$  және  $M$  нүктелері шеңберге тиісті екенін аңғару қиын емес, себебі

$$AC = BC \text{ және } \angle AMB = \frac{1}{2} \angle ACB.$$

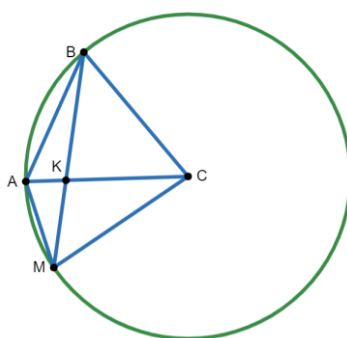
Сондықтан,  $\triangle MBC$  - теңбүйірлі,

$$\angle MBC = \angle BMC = \alpha.$$

Сонымен қатар  $\angle KCM = \alpha$  ұқсастықтың қасиетімен. Үшбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы  $180^\circ$  тең болғандықтан, біз  $\triangle BMC$  үшбұрышы арқылы  $3\alpha + 60^\circ = 180^\circ$  теңдігін аламыз, одан  $\alpha = 40^\circ$  мәнін білеміз.

$$\angle ABM = \frac{1}{2} \angle ACM = 20^\circ.$$

Сондықтан,  $\angle MAB = 180^\circ - 20^\circ - 30^\circ = 130^\circ$ ,  $\angle MCB = 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$ .



1 - сурет. Шеңберге іштей сызылған үшбұрыштар

**2-есеп.**  $O$  нүктесі —  $\triangle ABC$  үшбұрышының  $A$  төбесіне сәйкес келетін сыртта іштей  $\omega$  шеңберінің центрі ( $AB \neq AC$ )  $\omega$  шеңбері  $BC$  кесіндісін  $K$  нүктеде, ал  $AC$  және  $AB$  түзулерінің созындыларын сәйкесінше  $M$  және  $P$  нүктелерінде жанайды.  $AO$  және  $PM$  түзулері  $T$  нүктесінде қиылысады, ал  $AK$  түзуі  $\omega$  шеңберін екінші рет  $H$  нүктесінде қияды.  $K, T, O$  және  $H$  нүктелерінің бір шеңбердің бойында жататынын дәлелдеңіздер [2].

**Шешімі:**  $K, T, O$  және  $H$  нүктелері бір шеңбердің бойында жататынын дәлелдеу үшін (2-сурет), теңдіктерін көрсетсек жеткілікті:

$$\angle KHO + \angle KTO = 180^\circ \text{ немесе } \angle ATK = \angle KHO$$

$\triangle APO$  үшбұрышы тікбұрышты болғандықтан, және  $PT \perp AO$ , онда метрикалық қатынастар арқылы теңдігін аламыз:

$$AP^2 = AT \cdot AO.$$

$AP$  түзуі  $\omega$  шеңберінің жанамасы,  $AH$  - қиюшы, демек,

$$AP^2 = AK \cdot AH.$$

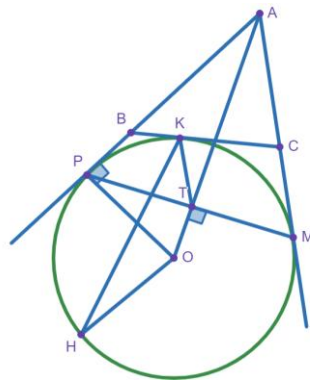
Сонымен,

$$AT \cdot AO = AK \cdot AH \cdot \frac{AT}{AH} = \frac{AK}{AO}.$$

Сондықтан,

$$\triangle ATK \sim \triangle AHO, \text{ одан } \angle ATK = \angle KHO.$$

Дәлелдеуге керектісі де осы еді.



2 - сурет. Шеңберге жүргізілген жанамалар

**3-есеп.**  $ABCD$  ( $AB = CD$ ) теңбүйірлі трапециясына шеңбер іштей сызылған  $M - CD$  қабырғасының шеңбермен жанасу нүктесі,  $K - AM$  кесіндісінің шеңбермен қиылысу нүктесі,  $L - BM$  кесіндісінің шеңбермен қиылысу нүктесі болсын.  $\frac{AM}{AK} + \frac{BM}{BL}$  мәнін табыңыздар [3].

**Шешімі:**  $E$  және  $F$  сәйкесінше  $BC$  және  $AD$  табандарымен шеңбердің жаңасу нүктелері (3 - сурет).

Жанамалардың қасиеті бойынша аламыз

$$AF = FD = MD = \alpha, BE = EC = CM = b, \alpha^2 = AF^2 = AK \cdot AM,$$

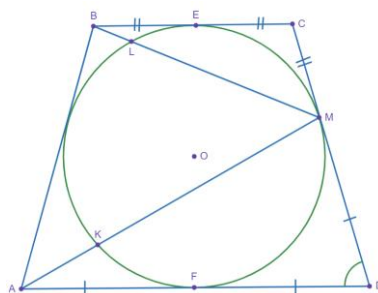
$$b^2 = BE^2 = BL \cdot BM$$

$\triangle AMD$  және  $\triangle BMC$  үшбұрыштары үшін косинустар теоремасын жазамыз, мұндағы  $\angle AMD = \varphi$ .

$$AM^2 = a^2 + (2a)^2 - 2a \cdot 2a \cos \varphi = 5a^2 - 4a^2 \cos \varphi,$$

$$BM^2 = b^2 + (2b)^2 - 2b \cdot 2b \cos(180^\circ - \varphi) = 5a^2 + 4b^2 \cos \varphi.$$

$$\begin{aligned} \frac{AM}{AK} + \frac{BM}{BL} &= \frac{AM^2}{AK \cdot AM} + \frac{BM^2}{BL \cdot BM} = \frac{AM^2}{a^2} + \frac{BM^2}{b^2} = \\ &= 5 - \cos \varphi + 5 + 4 \cos \varphi = 10. \end{aligned}$$



**3-сурет.** Трапецияға іштей сызылған шеңбер

**4-есеп.**  $\triangle ABC$  үшбұрышына іштей сызылған шеңбер  $BC, CA, AB$  қабырғаларын сәйкесінше  $M, N, P$  нүктелерінде жанайды.  $NP$  кесіндісінен  $DP \cdot CD = BD \cdot DN$  болатындай етіп  $D$  нүктесі алынған.  $DM \perp PN$  екенін дәлелде [4].

**Шешімі:**  $\angle BPD = \angle CND = \varphi$  болсын (4-сурет).  $\triangle BPD$  және  $\triangle CND$  үшбұрыштары үшін синустар теоремасын жазу арқылы аламыз:

$$\frac{\sin \varphi}{BD} = \frac{\sin \angle PBD}{PD} \quad \text{және} \quad \frac{\sin \varphi}{CD} = \frac{\sin \angle NCD}{ND},$$

$$\sin \angle PBD = \frac{PD}{BD} \sin \varphi \quad \text{және} \quad \sin \angle NCD = \frac{ND}{CD} \sin \varphi.$$

$$\frac{PD}{BD} = \frac{ND}{CD} \quad \text{болғандықтан, онда}$$

$$\sin \angle PBD = \sin \angle NCD, \quad \angle PBD = \angle NCD,$$

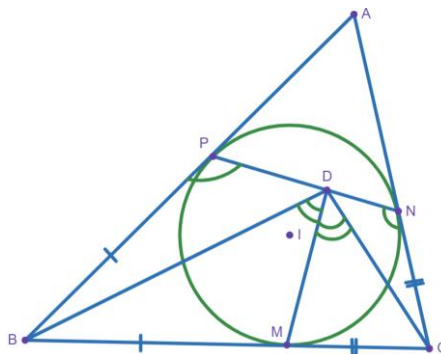
демек  $\triangle PBD \sim \triangle NCD$ , онда  $\angle PDB = \angle NDC$ .

Үшбұрыштардың ұқсастығы және бір нүктеден шыққан жанамалардың теңдігі арқылы келесі теңдікті аламыз:

$$\frac{DB}{DC} = \frac{PB}{NC} = \frac{MB}{MC}$$

аламыз, демек,  $DM$  -  $\angle BDC$  бұрышының биссектрисасы, онда  $\angle BDM = \angle CDM$ , бұдан келесі теңдік шығады:

$$\angle PDM = \angle NDM = 90^\circ$$



4 - сурет. Үшбұрышқа іштей сызылған шеңбер

**5-есеп.**  $\triangle ABC$  үшбұрышының ішінен  $P$  нүктесі таңдалған.  $AP$  түзуі  $BC$  қабырғасын  $A'$  нүктесінде,  $BP$  түзуі  $CA$  қабырғасын  $B'$  нүктесінде, ал  $CP$  түзуі  $AB$  қабырғасын  $C'$  нүктесінде қияды [5].

$$\frac{AP}{PA'} + \frac{BP}{PB'} + \frac{CP}{PC'} = 2011$$

екені белгілі. Келесі өрнек қандай мәндер қабылдауы мүмкін:

$$\frac{AP}{PA'} \cdot \frac{BP}{PB'} \cdot \frac{CP}{PC'}$$

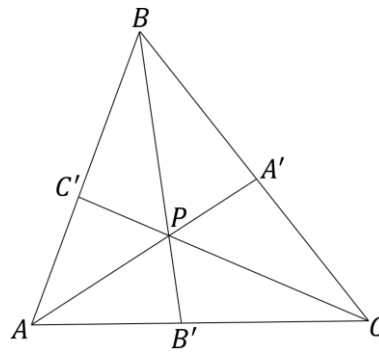
**Шешімі:** Айталық

$$\frac{AB'}{B'C} = x, \quad \frac{CA'}{A'B} = y, \quad \frac{BC'}{C'A} = z$$

Пропорционал кесінділер және Чева теоремалар арқылы (5-сурет).

$$\frac{AP}{PA'} = x(1 + y), \quad \frac{BP}{PB'} = z(1 + x), \quad \frac{CP}{PC'} = y(1 + z), \quad xyz = 1.$$

$$\begin{aligned} \frac{AP}{PA'} \cdot \frac{BP}{PB'} \cdot \frac{CP}{PC'} &= xyz(1 + x)(1 + y)(1 + z) = 2 + x + y + z + xy + yz + xz = \\ &= 2 + x(1 + y) + z(1 + x) + y(1 + z) = 2 + \frac{AP}{PA'} + \frac{BP}{PB'} + \frac{CP}{PC'} = 2013. \end{aligned}$$



5 - сурет. Үшбұрышқа салынға чевианалар

6-есеп.  $\triangle ABC$  үшбұрышы үшін келесі шарт орындалады:  $BC$  кесіндісінде  $AX^2 = BX \cdot CX$  теңдігі орындалатындай жалғыз ғана  $X$  нүктесі бар [6].  
Дәлелдеу керек:

$$AB + AC = BC\sqrt{2}$$

**Шешімі:**  $\triangle ABC$  үшбұрышына сырттай сызылған шеңберді  $\omega$  деп белгілейік.  $AX \cap \omega = D$  болсын (6 - сурет). Егер төмендегі теңдік орындалса,

$$BX \cdot CX = AX \cdot DX$$

Онда

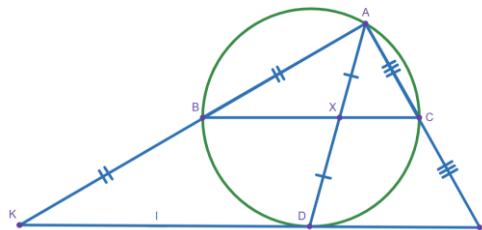
$$DX = \frac{BX \cdot CX}{AX} = \frac{AX^2}{AX} = AX.$$

Сондықтан,  $X$  -  $AD$  хордасының ортасы.  $D$  нүктесі арқылы өтетін және  $BC$  түзуіне параллель түзу  $\omega$  шеңберінің жанамасы болатынын дәлелдейік. Кері бағытта шығарып көрейік. Онда  $\omega$  шеңберінде  $D_1$  нүктесін болсын,  $D$  нүктесімен сәйкес емес,  $DD_1 \perp BC$  болатындай.  $AD_1 \cap BC = X_1$  болсын. Онда Фалес теоремасы бойынша  $AX_1 = D_1X_1$ .

Сондықтан

$$AX_1^2 = AX_1 \cdot D_1X_1 = BX_1 \cdot CX_1,$$

жалғыз  $X$  нүктесі үшін қарама – қайшылық пайда болады.



6 - сурет. Үшбұрыштың қабырғаларының созындысы

Енді,  $l$  -  $\omega$  шеңберіне  $D$  ( $l \perp BC$ ) нүктесінде жүргізілген жанамасы болсын.  $l \cap AB = K$  деп белгілейік,  $l \cap AC = L$ . Онда  $BC$  -  $\triangle AKL$  үшбұрышының орта сызығы болады.

$$KD^2 = KB \cdot KA = 2AB^2, \quad LD^2 = LC \cdot LA = 2AC^2$$

теңдіктерін бар болса, онда

$$KD = AB\sqrt{2}, LD = AC\sqrt{2}, BC = \frac{KL}{2} = \frac{KD + LD}{2} = \frac{\sqrt{2}(AB + AC)}{2},$$

содан

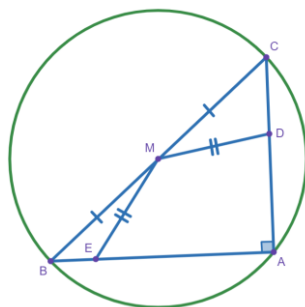
$$AB + AC = BC\sqrt{2}$$

**7-есеп.** Тікбұрышты  $\triangle ABC$  үшбұрышында  $M$  нүктесі —  $BC$  гипотенузасының ортасы.  $AC$  және  $AB$  кесінділерінде

$$AE \cdot BE = AD \cdot CD$$

болатындай сәйкесінше  $D$  және  $E$  нүктелері табылған.  $ME = MD$  теңдігін дәлелдеңіз [7].

**Шешімі:**  $\triangle ABC$  үшбұрышына центрі  $M$  болатын және радиусы  $R = \frac{BC}{2}$  шеңбер салынғандығын байқаймыз (7 - сурет).



7 - сурет. Іштей сызылған тікбұрышты үшбұрыш

Есептің шартынан  $E$  және  $D$  нүктелерінің дәрежесі тең екендігін байқауға болады. Екінші жағынан  $E$  нүктесінің дәрежесі  $R^2 - ME^2$  тең, ал  $D$  нүктесінің дәрежесі  $R^2 - MD^2$  тең. Осыдан есеп дәлелденгендігін байқаймыз.

Республикалық олимпиадасының аудандық кезеңінде келген есептерде теориялық бөлімде жазылған теоремаларды қолданып шығаруға арналған бірнеше есепті көрсетейін.

**8-есеп.**  $\triangle ABC$  дұрыс үшбұрышының  $AC$  және  $AB$  қабырғаларынан

$$\frac{MC}{MA} = \frac{NA}{NB} = 2 \angle P$$

болатындай сәйкесінше  $M$  және  $N$  нүктелері алынған.  $BM$  және  $CN$  кесінділерінің қиылысын  $P$  нүктесімен белгілейік.  $\angle APC = 90^\circ$  екенін дәлелдеңіз [8].

**Шешімі:** Графигін салайық (8 - сурет).

$$AB = BC = CA = 3a \text{ болсын.}$$

$$BM = \sqrt{(2a)^2 + (3a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot a \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{7}a$$

Менелай теоремасынан:

$$\frac{AC}{CM} \cdot \frac{MP}{PB} \cdot \frac{BN}{NA} = 1 \Rightarrow \frac{3a}{2a} \cdot \frac{MP}{PB} \cdot \frac{a}{2a} = 1 \Rightarrow \frac{MP}{PB} = \frac{4}{3}; PM = \frac{4}{7}BM = \frac{4}{7}\sqrt{7}a$$

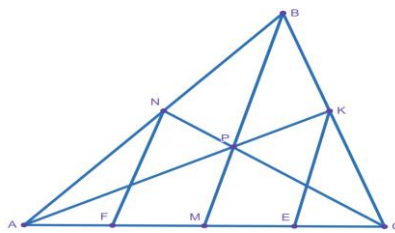
$$\cos \alpha = \frac{BM^2 + CM^2 - BC^2}{2BM \cdot CM} = \frac{7a^2 + 4a^2 - 9a^2}{2\sqrt{7}a \cdot 2a} = \frac{1}{2\sqrt{7}}$$

$$AP^2 = AM^2 + MP^2 - 2AM \cdot MP \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$$

$$PC^2 = CM^2 + MP^2 - 2CM \cdot MP \cdot \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} AP^2 + PC^2 &= a^2 + 4a^2 + 2\left(\frac{4}{7}\sqrt{7}a\right)^2 + 2(AM - CM) \cdot MP \cdot \cos \alpha = \\ &= 5a^2 + \frac{32}{7}a^2 - 2a \cdot \frac{4\sqrt{7}}{7} \cdot a \cdot \frac{1}{2\sqrt{7}} = 5a^2 + \frac{28a^2}{7} = 9a^2 = AC^2. \end{aligned}$$

Демек,  $\angle APC = 90^\circ$ .



8-сурет. Үшбұрыш кескіні

**9-есеп.**  $M, N, K$  — нүктелері  $\triangle ABC$  үшбұрышының сәйкесінше  $AB, BC, CA$  қабырғаларының орталары болсын.  $MN$  және  $NK$  кесінділерінен сәйкесінше  $P$  және  $Q$  нүктелері алынған.  $AP + AQ = BC$  және  $BQ + CP = AB + AC$  қатынастарының бір уақытта орындалуы мүмкін бе [9]?

**Шешімі:** Үшбұрыштар теңсіздігінен

$$\begin{cases} AM + MP > AP \\ PN + NC > PC \end{cases} \Rightarrow AP + CP < AM + MN + NC =$$

$$\frac{1}{2}(AB + AC + BC).$$

Тура солай

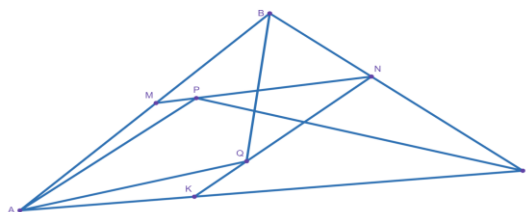
$$\begin{cases} AK + KQ > AQ \\ BN + NQ > BQ \end{cases} \Rightarrow AQ + BQ < AK + KN + NB = \frac{1}{2}(AC + AB + BC)$$

Онда

$$AP + AQ + CP + BQ < AB + BC + CA,$$

есеп шартындағы екі теңдік бір уақытта орындалмайды (9 - сурет).

Жауабы: мүмкін емес



9 – сурет. Үшбұрыш

### Зерттеу нәтижелері

Геометриялық есептерді шығарудың негізгі әдістері

**Синтетикалық геометриялық әдіс.** Әдістерді іздестіру барысында көптеген мақалаларды оқыдым және олимпиадалардан жүлделі орын алған оқушылардың жазбаларын қарап, талдай келе осы әдісте өте тиімді әдіс ретінде қолдануға болатындығын анықтадық. Мысал ретінде бір жазбаны көрсетейік.

Цифрлық құралдар негізінде жоғары математика сабақтарын ұйымдастырудың әдістемелік тәсілдері қазіргі білім беру үдерісінде маңызды бағыттардың бірі болып табылады. Бұл әдіс біз күнделікті сабақта қолданып жүрген әдістерден айырмашылығы — мектептегі геометрия пәнінің оқу бағдарламасында қарастырылмайтын тақырыптарды кеңірек қамтиды. Мысалы, қосымша сызбалар салу, бұрыштарды салу, циклдік төртбұрыштар, гомотетия, радикалдық ось, нүктенің күші және тағы басқа тақырыптарды тереңірек оқытуға мүмкіндік береді [10].

**Стандартты есептеу техникасы (aka bashing).** Бұл әдісте оқушылар басымдық есептеуге береді. Келесі тақырыптар осы әдістің құрамына кіреді: тригонометриялық (синустар, косинустар т.б. теоремалар қолдану), Менелай теоремасы, Чева теоремасы, векторларды пайдалану т.б.. Мұндай әдістердің артықшылығы - олар жалықтыратын және уақытты қажет ететін болса да, қарапайым және сенімді. Облыстық олимпиадаларда Чева, Менелай т.б. теоремалары жиі- жиі келіп тұрады, ал координаталық әдіс туралы айтатын болсам ол оқушылардың есеп шығару барысында уақытынын көп бөлігін алып кетеді [11].

Жасанды интеллект (ЖИ) жүйелерінің қарқынды дамуы білім беру саласына, соның ішінде геометриядан олимпиадалық есептерді оқыту мен шешу әдістемесіне де елеулі өзгерістер енгізуде. Әсіресе, цифрлық технологиялар мен интеллектуалды оқыту жүйелері геометриялық теоремаларды тиімді қолдануға, күрделі есептердің шешу жолдарын талдауға және оқушылардың логикалық ойлау қабілетін дамытуға жаңа мүмкіндіктер ұсынады. Сонымен қатар, олимпиадалық есептерді шешуде теоремаларды дұрыс таңдау мен қолдану оқушылардың математикалық сауаттылығын арттырып, шығармашылық және зерттеушілік дағдыларын қалыптастыруда маңызды рөл атқарады [12].

Бұл жоғарыда айтылған әдістерді жоғарғы деңгейдегі үйреніп және қолдануы үшін, бұл әдістерге қатысты көп есептерді шығару керек. Көптеген кітаптармен олимпиадалық есептері бар сайттарды іздей келе, жоғарыда айтылған методикаларды байқасаңыздар, арнайы тақырыптарды меңгеру керектігін айтып кеткен болатынмын, демек ол тақырыптарды меңгеру оқушыларды сол әдістерге байланысты есептерді көп шығару керек.

### Қорытынды

Қорытындылай келе, геометрия бойынша олимпиадалық тапсырмаларды шешу дағдыларын дамыту білім алушылардың математикалық ойлауын жетілдіруде маңызды рөл атқарады. Олимпиадалық есептер оқушылардан тек теориялық білімді ғана емес, сонымен қатар оны әртүрлі жағдайларда тиімді қолдана білуді, логикалық пайымдау мен

шығармашылық тәсілді талап етеді. Сондықтан мұндай есептермен жүйелі жұмыс жасау оқушылардың аналитикалық және логикалық қабілеттерін дамытып, олардың математика пәніне деген қызығушылығын арттырады.

Зерттеу барысында геометриядан олимпиадаға дайындықта қолданылатын негізгі әдістер мен тәсілдер қарастырылды. Атап айтқанда, стандартты геометриялық (синтетикалық) әдіс және стандартты есептеу техникасы әдісін тиімді қолдану оқушылардың есептерді әртүрлі тәсілдер арқылы шешу қабілетін дамытуға мүмкіндік беретіні анықталды. Сонымен қатар оқыту процесінде қосымша оқу ресурстарын пайдалану, жүйелі түрде жаттығу есептерін шығару және олимпиадалық тапсырмаларды талдау оқушылардың дайындық деңгейін арттыруға ықпал ететіні байқалды.

Зерттеу нәтижелері көрсеткендей, геометрия бойынша олимпиадалық есептерді шешуге бағытталған мақсатты және жүйелі дайындық білім алушылардың білімін тереңдетіп қана қоймай, олардың табандылық, жауапкершілік, өздігінен білім алу және уақытты тиімді пайдалану сияқты маңызды қасиеттерін қалыптастырады.

Осылайша, геометрия бойынша олимпиадалық есептерді шешу дағдыларын дамытуға бағытталған тиімді әдістемелерді оқу процесінде қолдану интеллектуалдық әлеуетті ашуға, олардың математикалық дайындықты арттыруға және жан-жақты дамуға қолайлы жағдай жасауға мүмкіндік береді.

## ӘДЕБИЕТТЕР

1. Математика. 1-бөлім. 8-сыныпқа арналған оқулық «Назарбаев Зияткерлік мектептері» ДББҰ Білім беру бағдарламасының 6–10-сыныптарға арналған «Математика» пәні бойынша NISProgramme оқу бағдарламасына сәйкес әзірленген, 4-нұсқа, 2018 / Г.К. Апеева, Г.Д. Жампеисова, Г.Б. Кожаметова, Г.К. Рыскельдиева. – Нұр-Сұлтан: «Назарбаев Зияткерлік мектептері» ДББҰ, 2019. – 192 б., сур.
2. Математика. 1-бөлім. 9-сыныпқа арналған оқулық «Назарбаев Зияткерлік мектептері» ДББҰ Білім беру бағдарламасының 6–10-сыныптарға арналған «Математика» пәні бойынша NIS-Programme оқу бағдарламасына сәйкес әзірленген, 4-нұсқа, 2020 / Г.К. Апеева, Т.У. Аубакиров, Г.Б. Кожаметова және т.б. – Нұр-Сұлтан: «Назарбаев Зияткерлік мектептері» ДББҰ, 2020. – 248 бет.
3. Шыныбеков Ә.Н., Шыныбеков Д.Ә., Жұмабаев Р.Н. Геометрия: Жалпы білім беретін мектептің 8-сыныбына арналған оқулық / – Алматы: Атамұра, 2018. – 152 бет.
4. Шыныбеков Ә.Н., Шыныбеков Д.Ә., Жұмабаев Р.Н. Геометрия: Жалпы білім беретін мектептің 9-сыныбына арналған оқулық / – Алматы: Атамұра, 2019. – 176 бет.
5. Понарин Я. П. Элементарная геометрия, 1 т. (Планиметрия, преобразования плоскости), 2008. 350 с.
6. Қазыбай М.Қ., Каинбаева Л.С. Геометриялық салу есебін оқытуда цифрлық платформаларды қолданудың тиімділігі. Yessenov Science Journal №3 (52) 2025, - 124-130 бет.
7. «Euclidean Geometry in Mathematical Olympiads» by Evan Chen, 2016, 311 pages
8. «Lemmas in Olympiad Geometry» by Titu Andreescu and Cosmin Pohoata, 2013, 139 pages
9. Журнала «Математика» Содержание №39/201, 2015. 11 стр.
10. Диярова Л. Д. Методические подходы к организации занятий по высшей математике на базе цифровых средств. Yessenov Science Journal №3 (52) 2025, - 117-123 стр.
11. Жалпы білім беретін пәндер бойынша республикалық олимпиаданың математика пәнінен аудандық кезеңінен тапсырмалар жинағы (2006 - 2018), Астана «БиКА» баспа – полиграфиялық кешені, 2018. 166 бет
12. Nuri B. Artificial intelligence in higher education mathematics: state-of-the-art narrative review of teaching, learning, and assessment. Yessenov Science Journal. №4 (53) 2025, 154-167.

## ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМ ПРИ РЕШЕНИИ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ

\*Г.Р. Кошчанова, Н.М.Газизкызы

Университет Есенова, Актау, Казакстан

e-mail: gulash.koshchanova@yu.edu.kz, madina262019@gmail.com

\*Корреспондент авторы: gulash.koshchanova@yu.edu.kz

**Аннотация.** В данной работе рассматривается методика подготовки к решению олимпиадных задач по геометрии, направленная на развитие у учащихся аналитического мышления, креативности и навыков применения теоретических знаний на практике в современных условиях образования. Основной целью исследования является анализ эффективных методов обучения и учебных ресурсов, способствующих повышению уровня подготовки учащихся, участвующих в олимпиадах по геометрии.

В работе показана важность практической направленности преподавания геометрии, а также роль систематических упражнений и регулярного решения олимпиадных задач в развитии логического мышления учащихся, настойчивости и умения эффективно распределять время. Кроме того, описаны особенности применения стандартного геометрического (синтетического) метода и стандартной вычислительной техники (bashing).

В ходе исследования доказана возможность формирования у учащихся навыков решения сложных олимпиадных задач при использовании различных методов и учебных материалов. В результате предложенные методические подходы способствуют повышению успехов учащихся на математических соревнованиях и развитию у них важных навыков, необходимых для будущей учебной и профессиональной деятельности.

**Ключевые слова:** геометрия, математическая олимпиада, олимпиадные задачи, методика обучения, аналитическое мышление, логическое мышление, синтетический метод, вычислительная техника, математическая подготовка, практические навыки, учебные ресурсы, окружность, треугольники, проведённые касательные к окружности, трапеция, теоремы, вписанная в трапецию окружность.

## APPLICATION OF THEOREMS IN SOLVING OLYMPIAD PROBLEMS IN GEOMETRY

\* G. Koshchanova, N. Gazizkyzy

Yessenov University Aktau, Kazakhstan

e-mail: gulash.koshchanova@yu.edu.kz, madina262019@gmail.com

\*Корреспондент авторы: gulash.koshchanova@yu.edu.kz

**Abstract.** This study examines a methodology for preparing students to solve geometry Olympiad problems, aimed at developing analytical thinking, creativity, and the ability to apply theoretical knowledge in practice within the current educational context. The main objective of the research is to analyze effective teaching methods and learning resources that contribute to improving the preparation level of students participating in geometry Olympiads.

The study highlights the importance of a practical approach to teaching geometry, as well as the role of systematic exercises and regular problem-solving in developing students' logical thinking, perseverance, and effective time management skills. In addition, the features of applying the standard geometric (synthetic) method and standard computational techniques (bashing) are described.

The research demonstrates the possibility of developing students' skills in solving complex Olympiad problems through the use of various methods and learning materials. As a result, the proposed methodological approaches contribute to enhancing students' success in mathematical competitions and fostering essential skills needed for their future academic and professional activities.

**Keywords:** geometry, mathematical olympiad, olympiad problems, teaching methodology, analytical thinking, logical thinking, synthetic method, computational techniques, mathematical preparation, practical skills, learning resources, circle, triangles, tangents drawn to a circle, trapezoid, theorems, incircle of a trapezoid.